

Отчёт по гранту фонда «Династия» за 2016 год

Перепечко Александр Юрьевич

1 Полученные результаты

Все рассматриваемые многообразия предполагаются нормальными алгебраическими многообразиями над алгебраически замкнутым полем \mathbb{K} нулевой характеристики. Основной темой исследований являются группы автоморфизмов аффинных многообразий.

1.1 Группы автоморфизмов, состоящие из алгебраических элементов. В совместной работе с А. Регетой мы изучаем вопрос о структуре группы автоморфизмов аффинного многообразия при условии, что каждый автоморфизм лежит в алгебраической подгруппе. А именно, мы выдвинули гипотезу об эквивалентности следующих условий:

1. связная компонента группы автоморфизмов состоит из алгебраических элементов;
2. она равна индуктивному пределу алгебраических подгрупп;
3. она равна полупрямому произведению алгебраического тора и абелевой унитарной группы;
4. касательная алгебра группы автоморфизмов состоит из локально конечных элементов;
5. подгруппа, порождённая унитарными элементами, коммутативна.

Нам удалось доказать эквивалентность условий 2–4, а также, что условие 5 следует из любого из предыдущих. В дальнейшем мы планируем доказать эквивалентность условий 1–4 и оформить результат в виде статьи в международном рецензируемом журнале.

Напомним, что в размерности ≤ 2 эквивалентность условий 1–5 является следствием результатов, изложенных в совместной работе [2], которая принята к печати и в данный момент готовится к выпуску.

1.2 Гибкие конусы над многообразиями, покрытыми гибкими картами. Многообразие называется *гибким*, если касательное пространство к нему в произвольной гладкой точке порождается касательными векторами к орбитам \mathbb{G}_a -действий аддитивной группы поля $\mathbb{G}_a = \mathbb{G}_a(\mathbb{K})$. Это эквивалентно бесконечной транзитивности действия подгруппы автоморфизмов, порождённой \mathbb{G}_a -действиями, на подмножестве гладких точек¹.

¹ I.V. Arzhantsev, H. Flenner, S. Kaliman, F. Kutzschebauch, and M. Zaidenberg, *Flexible varieties and automorphism groups*, Duke Math. J. **162** (2013), no. 4, 767–823.

В совместной работе с Хендриком Зюссом и Матеушем Михалеком [1] мы доказываем гибкость следующих семейств многообразий:

1. аффинные конусы над многообразиями секущих вложений Веронезе–Сегре;
2. аффинные конусы над рядом трёхмерных многообразий Фано;
3. тотальные координатные пространства (т.е. спектр кольца Кокса) гладких поверхностей дель Пеццо;
4. тотальные координатные пространства гладких проективных T -многообразий сложности один.

Для проверки гибкости в первых трёх случаях мы построили покрытие базовых многообразий гибкими аффинными картами и доказали признак гибкости аффинного конуса над таким покрытием. В последнем же случае гибкость проверялась построением достаточного числа трансверсальных \mathbb{G}_a -действий.

2 Публикации

[1] M. Michałek, A. Perepechko, H. Süß, *Flexible affine cones and flexible coverings*, arXiv:1612.01144.

[2] S. Kovalenko, A. Perepechko, and M. Zaidenberg, *On automorphism groups of affine surfaces*, to appear in: *Algebraic Varieties and Automorphism Groups*, *Advanced Studies in Pure Mathematics* **99** (20XX), стр. 207–286.

3 Конференции, доклады

Март: Семинар “Algebra and Geometry”, Университет Базеля, Швейцария. Доклад “Automorphism groups of affine algebraic surfaces preserving an A_1 -fibration”.

Сентябрь: Конференция “Cremona Conference”, Базель, Швейцария. Постерный доклад “Automorphism groups of affine surfaces”.

Октябрь: Семинар “Algèbre et géométries”, Гренобль, Франция. Доклад “Automorphism groups with only algebraic elements”.

Конференция “Affine geometry, hyperbolicity, complex analysis”, Гренобль, Франция. Постерный доклад “Automorphism groups without non-algebraic elements”.

4 Совместная работа в научных центрах

Март: Совместная научная деятельность с А. Регетой в Математическом институте, Университет Базеля, Швейцария. Результаты содержатся в вышеизложенных.

Октябрь: Совместная научная деятельность с М.Г. Зайденбергом и А. Регетой в Институте Фурье, Гренобль, Франция. Результаты содержатся в вышеизложенных. Также продолжена работа над препринтом о группах автоморфизмов поверхностей без \mathbb{G}_a -действий.

5 Педагогическая деятельность

Проведён мини-курс для студентов Механико-математического факультета МГУ по теме «Группы автоморфизмов аффинных многообразий, состоящие из алгебраических элементов».